9. Berechnungen aus der Thermodynamik

9.1 Wärmeübergang durch eben Platten

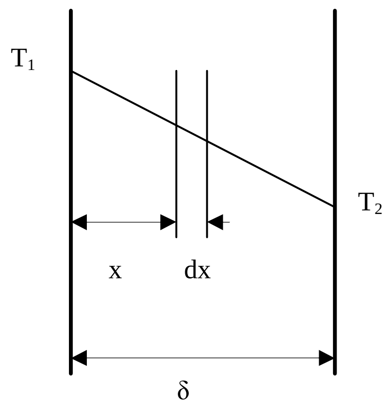

Bild 9-1
Wärmeleitung durch ein Wandelement

Wendet man die Gleichung nach Fourier für die Wärmeleitung auf eine Schicht der Wand mit der Dicke dx an, dann gilt für diese Wandschicht

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}. \tag{9.1}$$

Der Proportionalitätsfaktor λ heißt Wärmeleitzahl und dQ ist die Wärmemnge in der Zeiteinheit dt, die durch eine Wand mit der Fläche A und der Dicke δ fließt, bei einem Temperaturgefälle von T_1 zu T_2.

Der Differentialquotient fällt für jede Wandschicht gleich aus. Deswegen ist der Temperatuverlauf in der Wand selbst geradlinig. Der Wärmefluss für die ganze Wand bestimmt sich damit aus

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda \cdot \frac{A}{\delta} \cdot (T_1 - T_2). \tag{9.2}$$

Der Wärmefluss durch eine Wand aus zwei Schichten ist nach Bild 9-2

$$\frac{dQ_1}{dt} = \lambda_1 \cdot \frac{A}{\delta_1} \cdot (T_1 - T_2) \tag{9.3}$$

und

$$\frac{dQ_2}{dt} = \lambda_2 \cdot \frac{A}{\delta_2} \cdot (T_2 - T_3). \tag{9.4}$$

Bei stationärem Wärmefluss sind beide Wärmemengen gleich und so ergibt sich durch Gleichsetzung und Umstellung

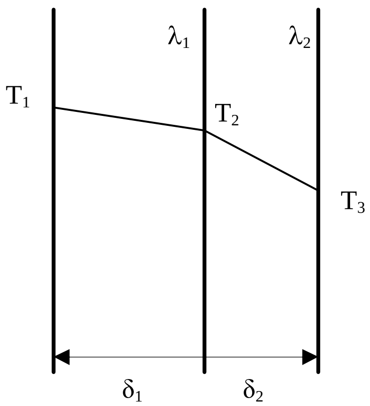

Bild 9-2 Wärmeleitung durch zwei Teil-schichten

$$T_1 - T_3 = \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right) \tag{9.5}$$

oder

$$\frac{dQ}{dt} = k \cdot A \cdot \Delta T \ , \tag{9.6}$$

darin ist

$$k = \frac{1}{\sum \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \tag{9.7}$$

die so genannte Wärmedurchgangszahl. Praktisch tritt im Allgemeinen der Wärmetausch durch Leitung zusammen mit Wärmetausch durch Konvektion auf. Diesen Sachverhalt zeigt Bild 9-3.

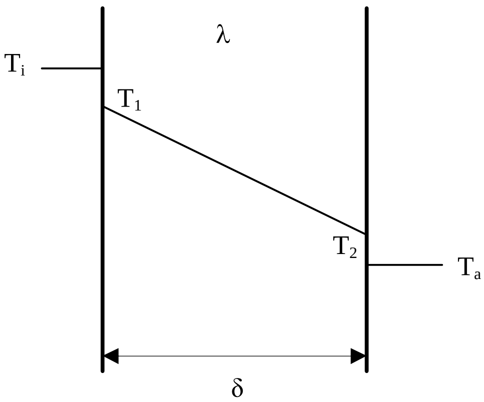

Bild 9-3 Wärmeleitung und Wärmekonvektion

Für die Wärmekonvektionen gelten

$$\frac{dQ_i}{dt} = \alpha_i \cdot A \cdot (T_i - T_1) \tag{9.8}$$

und

$$\frac{dQ_a}{dt} = \alpha_a \cdot A \cdot (T_2 - T_a). \tag{9.9}$$

Die Addition ergibt

$$\frac{dQ}{dt} = k \cdot A \cdot \Delta T \tag{9.10}$$

mit

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a}} . \tag{9.11}$$

Tabelle 9-1 Struktogramm zur Berechnung des Wärmeübergangs durch eben Platten

Eingabe T_i, T_a, α_a, α_i, A	
	i = i + 1
	λ_i = Zelle(i,2)
	δi = Zelle(i,3)
	$\sum = \sum + \delta i / \lambda_i$
	Solange $\lambda_i >$ 0
$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a}}$	
$\frac{dQ}{dt} = k \cdot A \cdot (T_i - T_a)$	
$T = T_i - \frac{\dot{Q}}{\alpha_i \cdot A}$	
	i = 1, 1, j
	Ausgabe T
	$T = T - \frac{\dot{Q} \cdot \delta_i}{\lambda_i \cdot A}$
	Ausgabe T

Codeliste 9.1 Prozedur zur Berechnung des Wärmeübergangs durch eben Platten

```
Option Explicit

Private Sub Wärmeübergang()
   Dim Ti, Ta, ai, aa, A As Double
   Dim s, k, li, di, T, Q As Double
   Dim i, j As Integer

   Ti = Cells(1, 1)
   Ta = Cells(2, 1)
   ai = Cells(3, 1)
   aa = Cells(4, 1)
   A = Cells(5, 1)

   i = 0: j = 0
   Do
      i = i + 1
      li = Cells(i, 2)
      di = Cells(i, 3)
      If li > 0 Then
         j = j + 1
         s = s + di / li
      End If
   Loop While li > 0
   k = 1 / (1 / ai + s + 1 / aa)
   Cells(7, 1) = k
   Q = k * A * (Ti - Ta)
   Cells(8, 1) = Q

   T = Ti - Q / (ai * A)
   For i = 1 To j
      Cells(i, 4) = T
      li = Cells(i, 2)
      di = Cells(i, 3)
      T = T - Q * di / (li * A)
      Cells(i, 5) = T
   Next
End Sub
```

Die Berechnung ist so ausgelegt, dass die Wandelemente von innen nach außen mit Wärmeleitzahl und Wandstärke ausgehend von B1, C1, dann B2, C2, usw. angegeben werden. Die Temperaturen, ebenfalls von innen nach außen, werden dahinter angegeben.

	A	B	C	D	E
1	40	0,75	0,5	38,7430168	32,877095
2	10	0,04	0,1	32,877095	10,8798883
3	7	1	0,05	10,8798883	10,4399441
4	20				
5	1				
6					
7	0,29329609				
8	8,79888268				

Bild 9-4 Beispiel zur Wärmeleitung

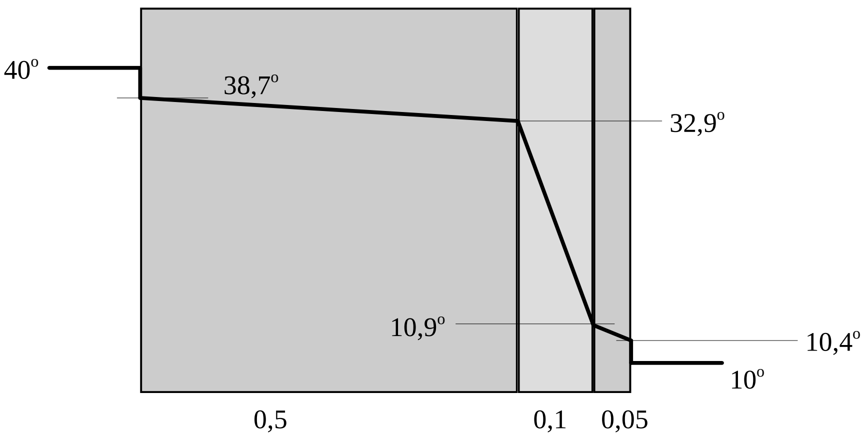

Bild 9-5 Temperaturverlauf des Beispiels

9.2 Die polytrope Zustandsänderung

In Kraft- und Arbeitsmaschinen wird man kaum isotherme noch adiabatische Zustandsänderungen erzeugen können. Diese Prozesse liegen meist zwischen diesen idealen Zustandsänderungen und folgen daher dem Gesetz

$$p \cdot v^n = konstant \, , \tag{9.12}$$

Damit folgt

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n . \tag{9.13}$$

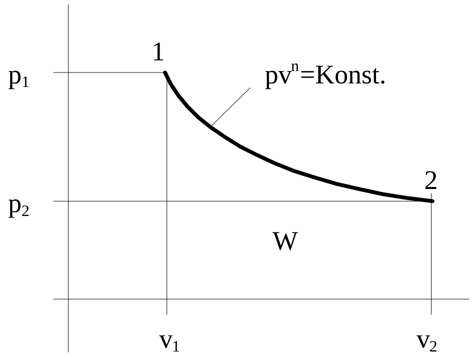

Bild 9-6
Polytrope Zustandsänderung

Weiterhin gelten die Beziehungen

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{n-1}} \tag{9.14}$$

und

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{n}{n-1}} . \tag{9.15}$$

Die Raumänderungsarbeit folgt

$$W = \frac{1}{n-1}\left(p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2\right), \tag{9.16}$$

für die Wärmemenge

$$Q = \frac{\chi - n}{\chi - 1} \cdot W \tag{9.17}$$

und für die technische Arbeit

$$W_t = n \cdot W . \tag{9.18}$$

Tabelle 9.2 Struktogrammergänzung um die polytrope Zustandsänderung

		Adiabate
		$\Delta p = \frac{p_2 - p_1}{2}$
		$p_x = p_1; v_x = v_1$

			$p = p_1 + \Delta p \quad bis \quad p_2 \quad um \quad \Delta p$
			$v = \left(\frac{p_1 \cdot v_1^n}{p} \right)^{\frac{1}{n}}$
			$W = \frac{1}{n-1} \left(p_1 \cdot V_1 - p_x \cdot V_x \right)$
			$Q = \frac{\chi - n}{\chi - 1} \cdot W$
			$W_t = n \cdot W$
			Ausgabe p, v, W, Wt, Q
	Ausgabe Gesamt W, Wt, Q		

Wenn Sie den Polytropenexponent mit ins Formblatt aufnehmen, z. B. B5, dann lässt sich die nachfolgende Prozedur aufrufen.

Codeliste 9.2 Prozedur Kreisprozesse_Polytrope in der Tabelle tblKreisprozesse

```
Option Explicit

Sub Kreisprozesse_Polytrope(i, j, p1, v1, p2, x, n)
   Dim dp, p, px, v, vx, Wx, Wy  As Double
   Dim m As Double
   m = Cells(1, 2)
   dp = (p2 - p1) / 10
   px = p1
   vx = v1
   For p = p1 + dp To p2 Step dp
      v = vx * (px / p) ^ (1 / n)
      i = i + 1
      Cells(i, 7) = j
      Cells(i, 8) = v
      Cells(i, 9) = p
      Wx = 1 / (n - 1) * (px * vx - p * v)
      Cells(i, 10) = Wx
      W = W + Wx
      Qw = (x - n) / (x - 1) * Wx
      Cells(i, 12) = Qw
      Wy = n * Wx
      Cells(i, 11) = Wy
```

```
      Wt = Wt + Wy
      px = p
      vx = v
   Next p
End Sub
```

In der Prozedur Preisprozesse_Auswertung muss der Aufruf der Polytropen integriert werden.

Codeliste 9.3 Ergänzung der Prozedur Kreisprozesse_Auswertung in der Tabelle tblKreisprozesse

```
      Case "Po"
         p2 = Cells(9, j)
         y = Cells(5, 2)
         T2 = T1 / (p2 / p1) ^ ((y - 1) / y)
         Cells(11, j) = T2
         Call Kreisprozesse_Polytrope(n, i, p1, v1, p2, x, y)
```