

Autor & Copyright: Dipl.-Ing. Harald Nahrstedt

Version: 2016 / 2019 / 2021 / 365

Erstellungsdatum: 14.01.2024

Überarbeitung:

Quelle: Vorlesungsscript

Beschreibung:

Die Masse in einem Rohr bleibt bei stationärer Strömung konstant (Prinzip der Massenerhaltung).

Anwendungs-Datei:

1 Formeln

Die Masse in einem Rohr bleibt bei stationärer Strömung konstant (Prinzip der Massenerhaltung) (Bild 1).

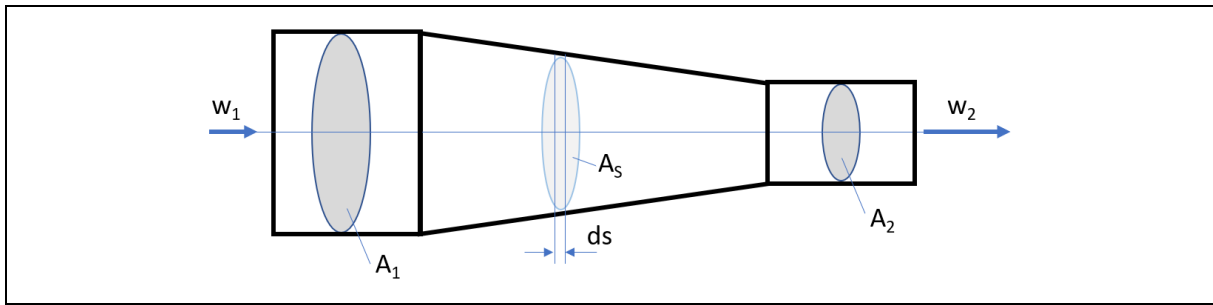


Bild 1. Rohrleitung mit Querschnittsänderung

Ist m die Masse, V das Volumen und ρ die Dichte des strömenden Mediums, dann gilt die Beziehung

$$\frac{m}{V} = \rho. \quad (1)$$

Als spezifisches Volumen v wird der Wert aus

$$\frac{V}{m} = v \quad (2)$$

bezeichnet. Zwischen Dichte und spezifischem Volumen besteht die Beziehung

$$\rho = \frac{1}{v}. \quad (3)$$

Volumen und Masse bestimmen sich aus

$$V = m v = \frac{m}{\rho} \quad (4)$$

$$m = V \rho = \frac{V}{v}. \quad (5)$$

Ausdrücke für eine Strömung

$$\frac{m}{t} = \dot{m}, \quad \frac{V}{t} = \dot{V} \quad (6)$$

Unter Betrachtung eines Volumenelements

$$\dot{V} = \frac{V}{t} = \frac{dV}{dt} \quad (7)$$

$$dV = dm v = A ds \quad (8)$$

$$dm v = A ds \quad | \cdot \frac{1}{dt} \quad (9)$$

$$\frac{dm}{dt} v = \frac{ds}{dt} A \quad (10)$$

Wir erhalten die Durchflussgleichung

$$\dot{m} v = w A \quad (11)$$

und die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{A_1 w_1}{v_1} = \frac{A_2 w_2}{v_2} = \frac{A w}{v} = \text{konstant} \quad (12)$$

für inkompressible Flüssigkeiten.

2 Beispiel

Durch eine Rohrleitung mit 280 mm lichter Weite strömen 150 t/h Öl mit einer Dichte von 0,9 kg/dm³.

a) Wie groß ist w ?

b) Welche lichte Weite muss die Rohrleitung erhalten, wenn $w = 1,2$ m/s betragen soll?

Aus (11) folgt a)

$$w = \frac{\dot{m}}{\rho A} \quad (13)$$

$$w = \frac{150 \text{ t}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ t}} \cdot \frac{\text{dm}^3}{0,9 \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ dm}^3} \cdot \frac{4}{0,28^2 \text{ m}^2 \cdot 3,14} = 0,752 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Aus (11) folgt b)

$$A = \frac{\dot{m}}{\rho w} \quad (13)$$

$$A = \frac{150 \text{ t}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ t}} \cdot \frac{\text{dm}^3}{0,9 \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ dm}^3} \cdot \frac{\text{s}}{1,2 \text{ m}} = 0,0386 \text{ m}^2.$$

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi} A} \quad (14)$$

$$d = \sqrt{\frac{4}{3,14} 0,0386 \text{ m}^2} = 0,222 \text{ m}.$$

2. Lösungsmöglichkeit

Aus Gleichung (12) folgt

$$\frac{A_1 w_1}{v_1} = \frac{A_2 w_2}{v_2} \quad (15)$$

$$\frac{\pi}{4} d_1^2 w_1 = \frac{\pi}{4} d_2^2 w_2 \quad (15)$$

Da Öl inkompressibel folgt

$$d_2^2 = d_1^2 \frac{w_1}{w_2}, \quad d_2 = d_1 \sqrt{\frac{w_1}{w_2}} \quad (16)$$

$$d_2 = 0,28 \text{ m} \sqrt{\frac{0,752}{1,2}} = 0,222 \text{ m}.$$

3 Beispiel

In einer Dampfleitung soll die Strömungsgeschwindigkeit 40 m/s betragen. Welche lichte Weite muss die Rohrleitung bei einem Mengenstrom von 65 t/h überhitzten Wasserdampfes von 35 bar und 500 Grad Celsius erhalten?

Mit 35 bar folgt aus einer Tabelle $\rho = 0,1 \text{ m}^3/\text{kg}$.

Aus (11) folgt

$$\dot{m} v = w A = w \frac{\pi}{4} d^2 \quad (17)$$

$$d = 2 \sqrt{\frac{\dot{m} v}{\pi w}} \quad (18)$$

$$d = 2 \sqrt{\frac{65 \text{ t}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ t}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{0,1 \text{ m}^3}{\text{kg}} \cdot \frac{1}{3,14} \cdot \frac{\text{s}}{40 \text{ m}}} = 0,24 \text{ m}$$

4 Beispiel

Ein Behälter mit 300 m³ Rauminhalt, soll durch eine Leitung von 250 mm lichter Weite gefüllt werden, aus der Wasser mit 0,8 m/s austritt. Wie lange dauert es, bis der Behälter gefüllt ist?

Aus Gleichung (10) folgt

$$\frac{dm}{dt} v = w A \quad (19)$$

$$\int \frac{dm}{dt} v dt = \int A w dt \quad (20)$$

$$m v = A w t \quad | \quad m v = V \quad (21)$$

$$V = A w t \quad (22)$$

$$t = \frac{V}{A w} \quad (23)$$

$$t = \frac{300 \text{ m}^3}{0,25^2 \text{ m}^2} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\text{s}}{0,8 \text{ m}} = 7643 \text{ s} = 127 \text{ Min} = 2,12 \text{ Std}$$

5 Aufgabe

Erstellen Sie ein Formular (UserForm), in dem durch Eingabe bestimmter Werte, Berechnungen durchgeführt werden.