

Autor & Copyright: Dipl.-Ing. Harald Nahrstedt

Version: 2016 / 2019 / 2021 / 365

Erstellungsdatum: 12.01.2024

Überarbeitung:

Quelle: DIN 2092

Beschreibung:

Berechnung einer einzelnen Tellerfeder nach Almen und László. Auch wenn es genauere Methoden gibt, gibt es keinen Anlass, von diesem einfachen Verfahren mit handlichen Formeln abzuweichen.

Anwendungs-Datei: 06-06-04_Tellerfeder.xlsx

Berechnung einer einzelnen Tellerfeder nach Almen und Lászlò. Auch wenn es genauere Methoden gibt, gibt es keinen Anlass, von diesem einfachen Verfahren mit handlichen Formeln abzuweichen, da ihre Ergebnisse mit den gemessenen Werten gut übereinstimmen. Man unterscheidet grundsätzlich zwei Bauformen (Bild 1).

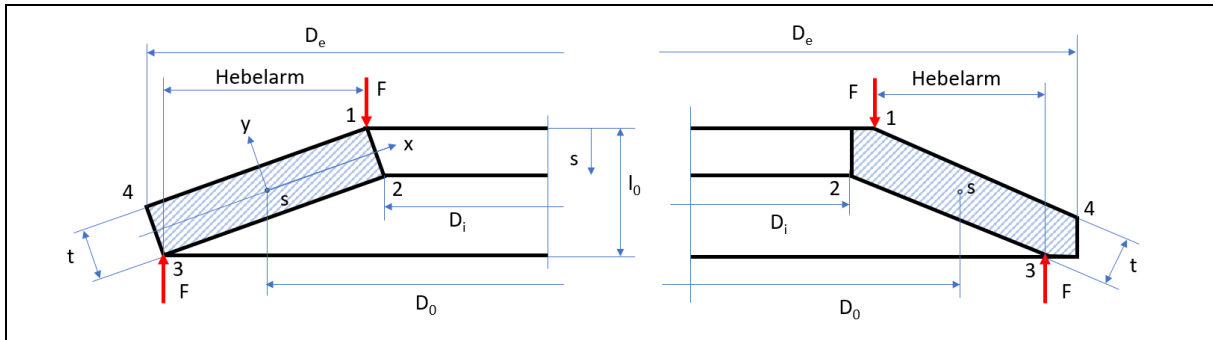


Bild 1. Einzelne Tellerfeder im Querschnitt ohne (links) und mit (rechts) Auflageflächen

Es wird davon ausgegangen, dass sich der Federquerschnitt um den Stülpmittelpunkt (S) dreht. Er befindet sich in der Mitte des Querschnitts auf dem Stülpmittelpunktkreis

$$D_0 = \frac{D_e - D_i}{\ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right)}. \quad (1)$$

Die Drehung erzeugt einen Stülpzustand, der von dem durch die Einfederung erzeugten Biegespannungszustand überlagert wird.

Zur Vereinfachung werden folgende Kennwerte verwendet

$$\delta = \frac{D_e}{D_i}. \quad (2)$$

$$k_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\left(\frac{\delta-1}{\delta}\right)^2}{\left(\frac{\delta+1}{\delta-1}\right) - \frac{2}{\ln \delta}}. \quad (3)$$

$$k_2 = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{\frac{\delta-1}{\ln \delta} - 1}{\ln \delta}. \quad (4)$$

$$k_3 = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{\delta-1}{\ln \delta}. \quad (5)$$

Die Federkraft bestimmt sich aus

$$F = \frac{4E}{1-\mu^2} \cdot \frac{t^4}{k_1 \cdot D_e^2} \cdot \frac{s}{t} \left(\left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{t} \right) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + 1 \right). \quad (6)$$

Darin ist E der E-Modul des Federwerkstoffs und h_0 die Rechengröße

$$h_0 = l_0 - t. \quad (7)$$

Die rechnerischen Spannungen ergeben sich für die Position I bis IV

$$\sigma_1 = \frac{4E}{1-\mu^2} \cdot \frac{t^2}{k_1 \cdot D_e^2} \cdot \frac{s}{t} \left(-k_2 \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) - k_3 \right) \quad (8)$$

$$\sigma_2 = \frac{4E}{1-\mu^2} \cdot \frac{t^2}{k_1 \cdot D_e^2} \cdot \frac{s}{t} \left(-k_2 \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + k_3 \right) \quad (9)$$

$$\sigma_3 = \frac{4E}{1-\mu^2} \cdot \frac{t^2}{k_1 \cdot D_e^2} \cdot \frac{s}{t} \cdot \frac{1}{\delta} \left((2k_3 - k_2) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + k_3 \right) \quad (10)$$

$$\sigma_4 = \frac{4E}{1-\mu^2} \cdot \frac{t^2}{k_1 \cdot D_e^2} \cdot \frac{s}{t} \cdot \frac{1}{\delta} \left((2k_3 - k_2) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) - k_3 \right). \quad (11)$$

Positive Werte sind Zugspannungen und negative Druckspannungen. Die Spannung σ_{IV} ist von untergeordneter Bedeutung. Die Federrate bestimmt sich aus

$$R = \frac{dF}{ds} = \frac{4E}{1-\mu^2} \cdot \frac{t^3}{k_1 \cdot D_e^2} \left(\left(\frac{h_0}{t} \right)^2 - 3 \frac{h_0}{t} \cdot \frac{s}{t} + \frac{3}{2} \left(\frac{s}{t} \right)^2 + 1 \right). \quad (12)$$

Die Federarbeit bestimmt sich aus

$$W = \int_0^s F \cdot ds = \frac{2E}{1-\mu^2} \cdot \frac{t^5}{k_1 \cdot D_e^2} \left(\frac{s}{t}\right)^2 \left(\left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t}\right)^2 + 1 \right). \quad (13)$$

Auf einem Arbeitsblatt betrachten wir die Kennwerte in Abhängigkeit vom Durchmesser Verhältnis (Bild 2).

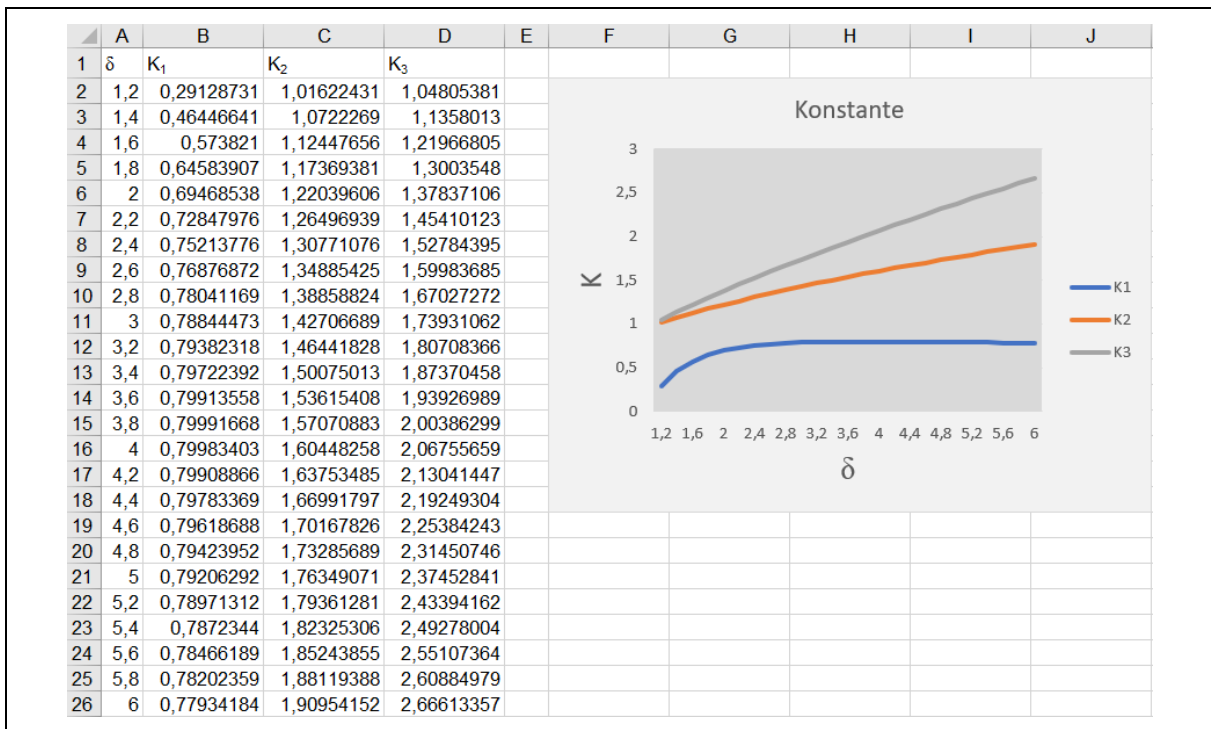


Bild 2. Kennwerte in Abhängigkeit vom Durchmesser Verhältnis

Auf einem zweiten Arbeitsblatt bestimmen wir Federkraft, Spannungen und Federarbeit (Bild 3).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	$E =$	206000	N/mm ²		i	s [mm]	F [N]	σ_1 [N/mm ²]	σ_2 [N/mm ²]	σ_3 [N/mm ²]	σ_4 [N/mm ²]	W [Nmm]
2	$D_e =$	45	mm		1	0,25	1690,46049	-1055,2154	187,64685	1053,80589	446,184356	219,568556
3	$D_i =$	22	mm		2	0,5	3005,26309	-2064,7693	420,955202	2028,66493	813,421856	813,925421
4	$l_0 =$	4	mm		3	0,75	3986,14757	-3028,6616	699,925056	2924,57711	1101,7125	1694,37359
5	$t =$	1,5	mm		4	1	4674,8537	-3946,8925	1024,55641	3741,54243	1311,05629	2782,65101
6	$\mu =$	0,16			5	1,25	5113,12123	-4819,4619	1394,84927	4479,5609	1441,45323	4010,93056
7					6	1,5	5342,68994	-5646,3698	1810,80363	5138,63252	1492,90331	5321,82006
8	$\delta =$	2,04545455			7	1,75	5405,29959	-6427,6161	2272,41949	5718,75728	1465,40653	6668,36228
9	$k_1 =$	0,70347302			8	2	5342,68994	-7163,201	2779,69685	6219,93519	1358,9629	8014,03491
10	$k_2 =$	1,23070145			9	2,25	5196,60076	-7853,1244	3332,63571	6642,16624	1173,57242	9332,75062
11	$k_3 =$	2,79154264			10	2,5	5008,77182	-8497,3862	3931,23608	6985,45043	909,235078	10608,857

Bild 3. Auswertungsblatt mit Anwendungsbeispiel

Und auch die dazugehörigen Diagramme (Bild 4).

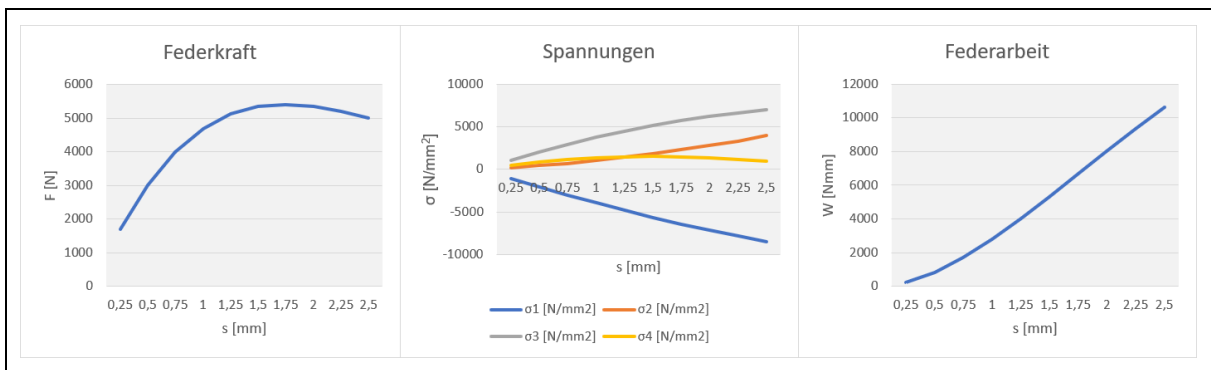


Bild 4. Diagramm zum Auswertungsbeispiel