Frei aufliegender Träger mit Streckenlast

Autor & Copyright: Dipl.-Ing. Harald Nahrstedt

Version: 2016 / 2019 / 2021 / 365

Erstellungsdatum: 06.12.2023

Überarbeitung:

Quelle: Vorlesungsscript

Beschreibung:

Ableitung der Formel zur Ermittlung der Durchbiegung bei einem frei aufliegenden Träger mit gleichmäßig verteilter Streckenlast

Anwendungs-Datei: 06-05-11_DurchbiegungATS.xlsx

Betrachtet wird ein frei aufliegender Träger unter gleichmäßig verteilter Streckenlast. (Bild 1).

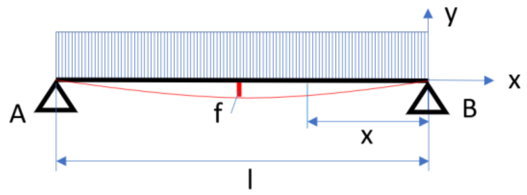

Bild 1. Belastungsfall

Für die Kräfte gilt

$$\mathrm{A} = \mathrm{B} = \frac{\mathrm{Q}}{2}, \;\; A = B - \frac{\mathrm{Q}}{2} \tag{1}$$

Das Biegemoment ergibt sich

$$\mathrm{Mb}_x = \frac{Q}{2} \cdot x - \frac{q}{2} \cdot x^2 \tag{2}$$

und die Gleichung für die Durchbiegung folgt aus

$$y'' = -\frac{q}{2 \cdot E \cdot I}(l \cdot x - x^2) \;\; | \;\; -\frac{q}{2 \cdot E \cdot I} = k \tag{3}$$

$$y'' = k(l \cdot x - x^2) \tag{4}$$

$$y' = k\left(l \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + c_1\right) \tag{5}$$

$$y = k\left(l \cdot \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{12} + c_1 \cdot x + c_2\right) \tag{6}$$

Mit den Randbedingungen x = 0 folgt y = 0, x = l folgt y = 0 und $c_2 = 0$. Außerdem mit x = l / 2 folgt y‘ = 0. Weiterhin folgt

$$y' = 0 = k\left(\frac{l^3}{8} - \frac{l^3}{24} + c_1\right) \;\; \rightarrow \;\; c_1 = -\frac{l^3}{12} \tag{7}$$

$$y' = k\left(\frac{l}{2}x^2 - \frac{x^3}{3} - \frac{l^3}{12}\right). \tag{8}$$

$$y' = -\frac{q}{2 \cdot E \cdot I}\left(\frac{l}{2}x^2 - \frac{x^3}{3} - \frac{l^3}{12}\right). \tag{9}$$

$$y = k\left(\frac{l}{6}x^3 - \frac{x^4}{12} - \frac{l^3}{12}x\right). \tag{10}$$

$$y = -\frac{Q \cdot l^3}{12 \cdot E \cdot I}\left(2\left(\frac{x}{l}\right)^3 - \left(\frac{x}{l}\right)^4 - \left(\frac{x}{l}\right)\right). \tag{11}$$