Aufliegender Träger mit unsymetrischer Streckenlast

Version: 2016 / 2019 / 2021 / 365

Erstellungsdatum: 06.12.2023

Überarbeitung:

Quelle: Vorlesungsscript

Beschreibung:

Ableitung der Formel zur Ermittlung der Durchbiegung bei einem frei aufliegenden Träger unter unsymetrischer Streckenlast.

Anwendungs-Datei: 06-05-09_DurchbiegungATUS.xlsx

Betrachtet wird ein beidseitig aufliegender Träger mit unsymetrischer Streckenlast (Bild 1).

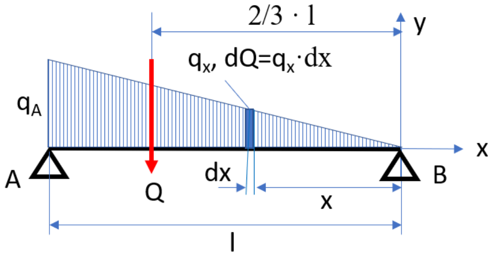

Bild 1. Belastungsfall

Aus den Proportionen ergibt sich

$$\frac{q_A}{l} = \frac{q_x}{x}; \quad q_x = \frac{q_A}{l} x. \tag{1}$$

Für die Kräfte gilt

$$\mathrm{Q} = \mathrm{A} + \mathrm{B} \tag{2}$$

Das Biegemoment ergibt sich

$$\mathrm{dM} = \mathrm{dQ} \cdot \mathrm{x} \tag{3}$$

und die Gleichung für die Durchbiegung lautet

$$A \cdot l = \int dM = \int_{x=0}^{x=l} dQ \cdot x = \int q_x \cdot x \cdot dx = \frac{q_A}{l} \int x^2 dx = \frac{q_A}{l} \cdot \frac{x^3}{3}. \tag{4}$$

Für x = l ergibt sich

$$A \cdot l = \frac{q_A}{l} \cdot \frac{l^3}{3} = \frac{q_A \cdot l}{2} \cdot \frac{2}{3} l; \quad \frac{q_A \cdot l}{2} = Q. \tag{5}$$

Eingesetzt folgt

$$A \cdot l = Q \cdot \frac{2}{3} l. \tag{6}$$

Erkenntnisse:

1. Die ganze Last lässt sich im Schwerpunkt vereinigt denken (2/3 l).
2. A = 2/3 Q und B = 1/3 Q.

Für das Moment an der Stelle x (Bild 2)

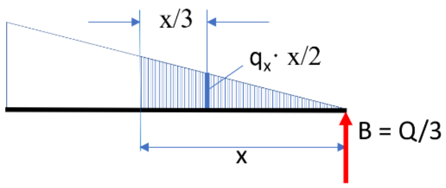

Bild 2. Kraftverhältnisse

ergibt sich

$$M_x = \frac{1}{3} Q - q_x \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{3}; \quad Q = \frac{q_A \cdot l}{2}; \quad q_x = \frac{q_A}{l} x \tag{7}$$

$$M_x = \frac{1}{3} \cdot \frac{q_A \cdot l}{2} x - \frac{q_A}{l} \cdot \frac{x^3}{6}. \tag{8}$$

$$M_x = \frac{q_A}{6 \cdot l} (l^2 x - x^3). \tag{9}$$

Frage: Wo tritt das maximale Moment auf?

$$\frac{dM}{dx} = Q = \frac{q_A}{6 \cdot l}(l^2 x - x^3) = 0 \tag{10}$$

$$l^2 = 3x^2; \quad x^2 = \frac{l^2}{3} \tag{11}$$

$$x = \frac{l}{\sqrt{3}}. \tag{12}$$