Dehnung unter Fliehkraft

Autor & Copyright: Dipl.-Ing. Harald Nahrstedt

Version: 2016 / 2019 / 2021 / 365

Erstellungsdatum: 17.07.2019

Überarbeitung: 01.12.2023

Quelle: Vorlesungsscript

Beschreibung: An einer Nabe sind Speichen angebracht, die bei Rotation einer Spannung unterliegen und dadurch eine Dehnung hervorrufen.

Anwendungs-Datei: 06-05-01_DehnungFliehkraft.xlsx

1 Proportionen

An einer Nabe sind Speichen mit einem Kreisquerschnitt angebracht (Bild 1).

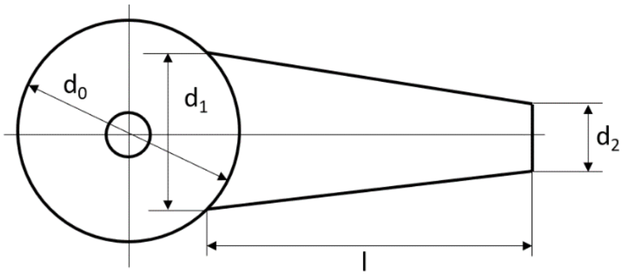


Bild 1. Nabe und Speiche

Es wird eine Stelle x in der Speiche vermutet, an der die Fliehkraftwirkung der Masse in Bezug auf den Querschnitt am größten ist (Bild 2).

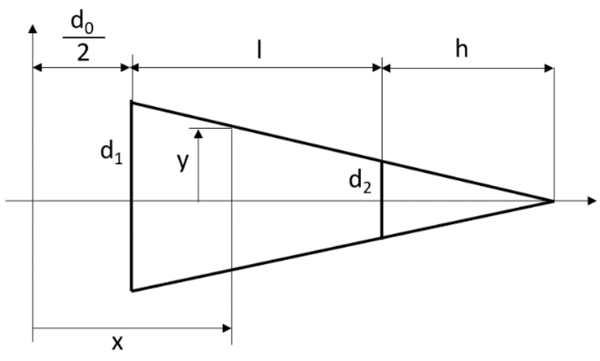


Bild 2. Proportionen

Aus den Proportionen

$$\frac{d_2}{h} = \frac{d_1}{h+l},\ h = \frac{d_2}{(d_1-d_2)} \cdot l \tag{1}$$

folgt

$$\frac{y}{h+l+\frac{d_0}{2}-x} = \frac{d_2}{2 \cdot h} \tag{2}$$

und die Funktion

$$y = \frac{d_2\left(h+l+\frac{d_0}{2}-x\right)}{2 \cdot h}. \tag{3}$$

2 Fliehkraft

Die Fliehkraft an der Stelle x ist mit

$$L = \frac{d_0}{2} + l \tag{4}$$

das Integral

$$F_x = \int_x^L dm \cdot x \cdot \omega^2. \tag{5}$$

Das Massenelement an der Stelle x ist

$$dm = A_x \cdot dx \cdot \rho. \tag{6}$$

Darin ist ρ (Rho) die Dichte des Materials und g die Erdbeschleunigung. Die Größe von A_x bestimmt sich aus

$$A_x = y^2 \cdot \pi. \tag{7}$$

Für die Fliehkraft folgt durch Einsetzen

$$F_x = \omega^2 \cdot \pi \cdot \rho \int_x^L y^2 \cdot x \cdot dx. \qquad (8)$$

$$F_x = \omega^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \frac{d_2^2}{4 \cdot h^2} \int_x^L \left(h + l + \frac{d_0}{2} - x\right)^2 \cdot x \cdot dx. \qquad (9)$$

$$F_x = \omega^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \frac{d_2^2}{4 \cdot h^2} \int_x^L (\mathrm{c} - x)^2 \cdot x \cdot dx. \qquad (10)$$

Darin ist

$$c = h + l + \frac{d_0}{2}. \qquad (11)$$

Es folgt weiter

$$F_x = \omega^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \frac{d_2^2}{4 \cdot h^2} \int_x^L (\mathrm{c}^2 - 2 \cdot \mathrm{c} \cdot x + x^2) \cdot x \cdot dx. \qquad (12)$$

$$F_x = \omega^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \frac{d_2^2}{4 \cdot h^2} \int_x^L (\mathrm{c}^2 \cdot \mathrm{x} - 2 \cdot \mathrm{c} \cdot x^2 + x^3) \cdot dx. \qquad (13)$$

$$F_x = \omega^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \frac{d_2^2}{4 \cdot h^2} \left| \mathrm{c}^2 \cdot \frac{\mathrm{x}^2}{2} - 2 \cdot \mathrm{c} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \right|_x^L \qquad (14)$$

$$F_x = \omega^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \frac{d_2^2}{4 \cdot h^2} \left(\mathrm{c}^2 \cdot \frac{\mathrm{L}^2}{2} - 2 \cdot \mathrm{c} \cdot \frac{L^3}{3} + \frac{L^4}{4} - \mathrm{c}^2 \cdot \frac{\mathrm{x}^3}{2} + 2 \cdot \mathrm{c} \cdot \frac{x^4}{3} - \frac{x^5}{4} \right). \qquad (15)$$

3 Spannung

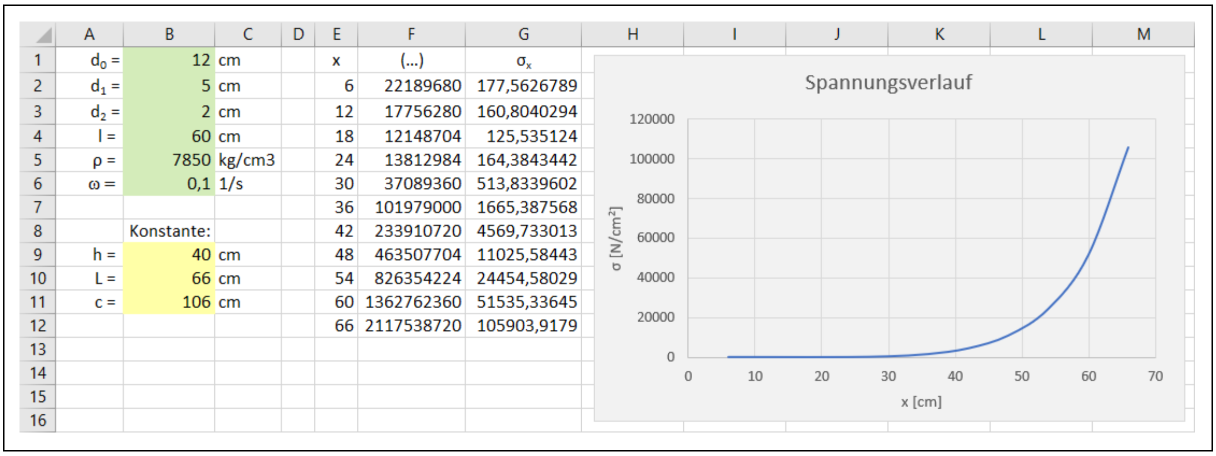
Die Spannung an der Stelle x bestimmt sich aus

$$\sigma_x = \frac{F_x}{A_x} = \frac{F_x}{y^2 \cdot \pi}. \qquad (16)$$

$$\sigma_x = \frac{\omega^2 \cdot \rho}{\left(h + l + \frac{d_0}{2} - x\right)^2} (\ldots). \qquad (17)$$

4 Arbeitsblatt

Das Arbeitsblatt zeigt den Spannungsverlauf (Bild 3).



	A	B	C	D	E	F	G
1	d_0 =	12	cm		x	(...)	σ_x
2	d_1 =	5	cm		6	22189680	177,5626789
3	d_2 =	2	cm		12	17756280	160,8040294
4	l =	60	cm		18	12148704	125,535124
5	ρ =	7850	kg/cm3		24	13812984	164,3843442
6	ω =	0,1	1/s		30	37089360	513,8339602
7					36	101979000	1665,387568
8		Konstante:			42	233910720	4569,733013
9	h =	40	cm		48	463507704	11025,58443
10	L =	66	cm		54	826354224	24454,58029
11	c =	106	cm		60	1362762360	51535,33645
12					66	2117538720	105903,9179
13							
14							
15							
16							

Bild 3. Arbeitsblatt zur Bestimmung des Spannungsverlaufs

Tabelle 1. Bereichsnamen und Formeln

Bereich	Name		Bereich	Name	Formel
B1	d0		B9	H	=d2_/(d1_-d2_)*l
B2	d1_		B10	Lc	=d0/2+l
B3	d2_		B11	c_	=h+l+d0/2
B4	l		E2		=d0/2

Bereich	Name		Bereich	Name	Formel
B5	ρ		E3		E2+l/10 (Formel nach E12 ziehen)
B6	σmax		F2		=c_^2*lc^2/2-2*c_*lc^3/3+lc^4-c_^2*E2^3/2+2*c_*E2^4-E2^5/4
			G2		=WURZEL(σmax*981*(c_-E2)^2/ρ/F2)
			F2:G2		(Formeln nach F12:G12 ziehen)