

Schwingung einer Spiralfeder

Autor & Copyright: Dipl.-Ing. Harald Nahrstedt

Version: 2016 / 2019 / 2021 / 365

Erstellungsdatum: 10.01.2024

Überarbeitung:

Quelle: Vorlesungsscript

Beschreibung:

Schwingung einer Spiralfeder unter Berücksichtigung der Federmasse.

Anwendungs-Datei:

Darstellung des Belastungsfalls (Bild 1).

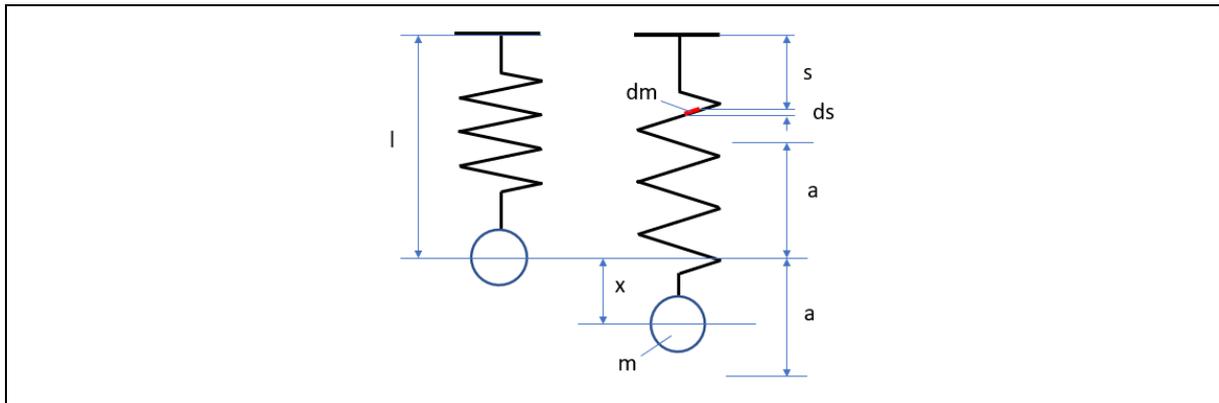


Bild 1. Schwingung einer Spiralfeder

Die potentielle Energie der Masse steckt bereits in der Feder. Voraussetzung für diesen Schwingungsvorgang ist, jeder Teil der Feder trägt seinen Teil zur Durchbiegung bei (Bild 2).

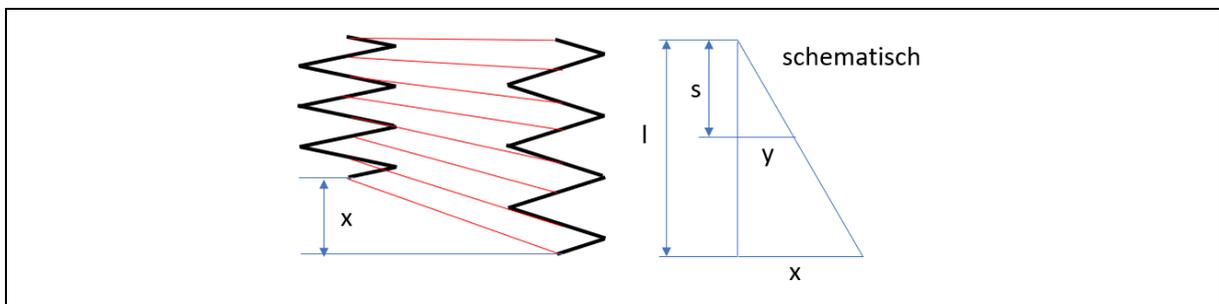


Bild 2. Durchbiegungsverhältnisse

Aus diesem Verhältnis ergibt sich die Durchbiegung an der Stelle s

$$y = \frac{s}{l}x. \quad (1)$$

$$\dot{y} = \frac{s}{l}\dot{x}. \quad (2)$$

Der Arbeitsanteil der Masse ergibt sich aus dem Ansatz

$$dW = \frac{dm}{2}\dot{y}^2 \quad (3)$$

$$W = \frac{1}{2} \int dm \cdot \dot{y}^2 \quad | \quad dm = \frac{m_0}{l} ds \quad (m_0 = \text{Federmasse}) \quad (4)$$

$$W = \frac{1}{2} \int \frac{m_0}{l} \cdot ds \cdot \frac{s^2}{l^2} \cdot \dot{x}^2. \quad (5)$$

$$W = \frac{m_0 \cdot \dot{x}^2}{2 \cdot l^3} \int_0^l s^2 ds \quad (6)$$

$$W = \frac{m_0 \cdot \dot{x}^2}{2 \cdot l^3} \left| \frac{s^3}{3} \right|_0^l \quad (7)$$

$$W = \frac{m_0 \cdot \dot{x}^2}{2 \cdot l^3} \cdot \frac{l^3}{3}. \quad (8)$$

$$W = \frac{m_0}{6} \cdot \dot{x}^2 \quad (9)$$

Damit ergibt sich die DGL dieser Bewegung

$$\frac{m}{2} \cdot \dot{x}^2 + \frac{m_0}{6} \cdot \dot{x}^2 + c \frac{x^2}{2} = c \frac{a^2}{2} \quad (10)$$

$$\dot{x}^2 \left(m + \frac{m_0}{3} \right) = c(a^2 - x^2) \quad (11)$$