Drehmoment

Autor & Copyright: Dipl.-Ing. Harald Nahrstedt

Version: 2016 / 2019 / 2021 / 365

Erstellungsdatum: 03.12.2023

Überarbeitung:

Quelle: Vorlesungsscript

Beschreibung:

Das Drehmoment ist eine physikalische Größe in der Mechanik unbd beschreibt die Drehwirkung, die Kräfte an Körpern hervorrufen. Hier werden zwei Anwendungsbeispiele untersucht, bei denen das Drehmoment eine wichtige Rolle spielt.

Anwendungs-Datei: 06-04-06_Drehmoment.xlsx

1 Drehmoment und Standsicherheit

Welches Gewicht muss ein Rohr mit dem Innendurchmesser D haben,wenn es durch 2 schwere Kugeln vom Außendurchmesser d in der dargestellten Weise belastet wird (Bild 1).

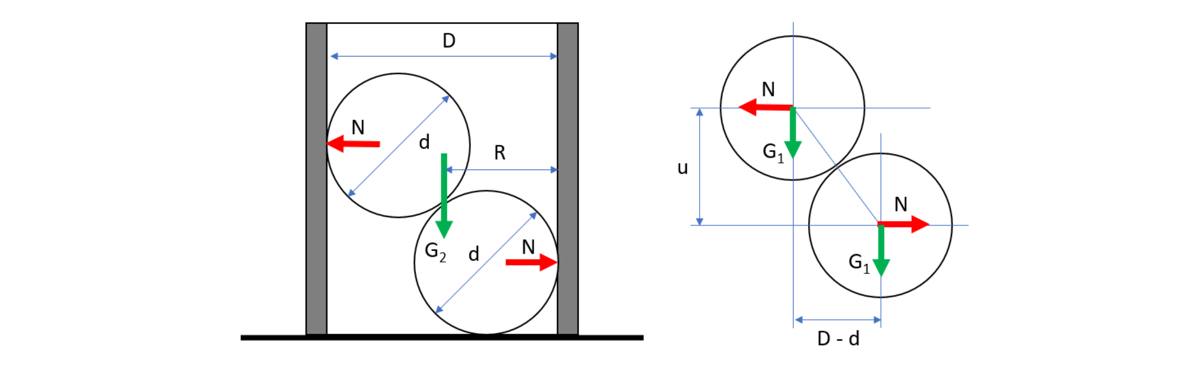


Bild 1. Kugeln in einem offenen Rohr

Nach dem Satz des Pythagoras ergibt sich

$$u^2 = d^2 - (D-d)^2 = d^2 - D^2 + 2Dd - d^2 = 2Dd - D^2. \tag{1}$$

$$\mathrm{u}^2 = D(2d - D). \tag{2}$$

Außerdem gilt

$$\frac{G_1}{N} = \frac{u}{D-d}; \quad N = G_1\frac{D-d}{u} \tag{3}$$

Nach dem Momentensatz folgt

$$\sum M = 0 = N \cdot (u+r) - N \cdot r - G_2 \cdot R \tag{4}$$

Umgestellt

$$G_2 \cdot R = N(u + r - r) = N \cdot u \tag{5}$$

$$G_2 = N\frac{u}{R} = G_1\frac{D-d}{u} \cdot \frac{u}{R} = G_1\frac{D-d}{R} = 2 \cdot G_1\frac{D-d}{D} \tag{6}$$

Berechnungsbeispiel

Das Rohr hat einen Innendurchmesser von D = 30 cm und ist aus Stahl mit einer Dichte von 7,8 g/cm^3. Die Kugeln sind ebenfalls aus Stahl. Welches Gewicht muss das Rohr mindestens besitzen, damit das auftretende Drehmoment es nicht umkippt?

Kugeln vom Durchmesser 22 bis 23 cm benötigen das größte Mindestrohgewicht (Bild 2).

	A	B	C	D	E	F
1	D =	30	cm		d [cm]	G_2 [kg]
2	ρ =	7,8	g cm^3		16	15,7052473
3					17	17,4922998
4					18	19,1670624
5					19	20,6638045
6					20	21,9102222
7					21	22,8274389
8					22	23,3300046
9					23	23,3258965
10					24	22,7165184
11					25	21,3967014
12					26	19,2547033
13					27	16,1722089
14					28	12,02433
15					29	6,67960512

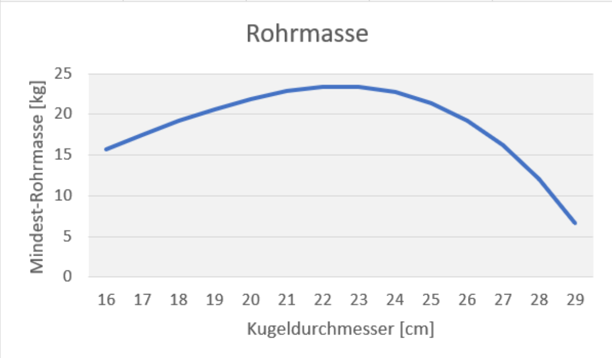


Bild 2. Rohrmasse in Abhängigkeit von Kugeldurchmesser

Tabelle 1. Bereichsnamen und Formeln

Bereich	Name	Bereich	Formel
B1	Drohr	F2:F15	=2/6*3,14*dKugel^3*7,85/1000*(DRohr-dKugel)/DRohr
B2	Dichte		
E2:E15	dKugel		

Welche Rohrlänge ist erforderlich, wenn der Außendurchmesser feststeht?

2 Drehmoment und Reibung

Ein Bügel wird über eine Säule geschoben und an dem vorstehenden Arm mit einer Kraft F belastet (Bild 3). Wie groß muss µ zwischen Säule und Bügel mindestens werden, damit der Bügel an der Säule nicht abgleitet?

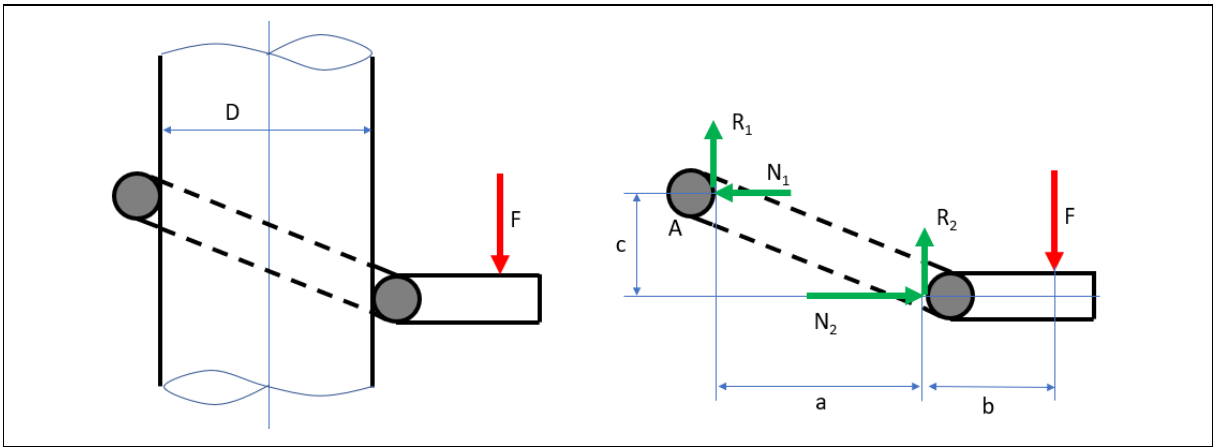


Bild 3. Steigbügel

Gleichgewichtsbedingungen

$$\sum F_x = 0 = N_2 - N_1; \quad N_1 = N_2 \tag{1}$$

$$\sum F_y = R_1 + R_2 - F; \quad R_1 + R_2 = F \tag{2}$$

Da µ für R_1 und R_2 gleich ist und ebenso $N_1 = N_2$ gilt: $R_1 = R_2$ und

$$F = 2 \cdot R = 2 \cdot \mu \cdot N. \tag{3}$$

Außerdem gilt

$$\sum M_A = 0 = F \cdot (a + b) - R_2 \cdot a - N_2 \cdot c \tag{4}$$

$$F \cdot (a + b) = R_2 \cdot a + R_2 \cdot \frac{c}{\mu} = R_2 \left(a + \frac{c}{\mu}\right) \tag{5}$$

$$F \cdot (a + b) = \frac{F}{2}\left(a + \frac{c}{\mu}\right) \tag{6}$$

Diese Gleichung beweist, dass die Belastung F nicht für µ bestimmend ist.

Durch Kürzung folgt

$$a + b = \frac{1}{2}\left(a + \frac{c}{\mu}\right) \tag{7}$$

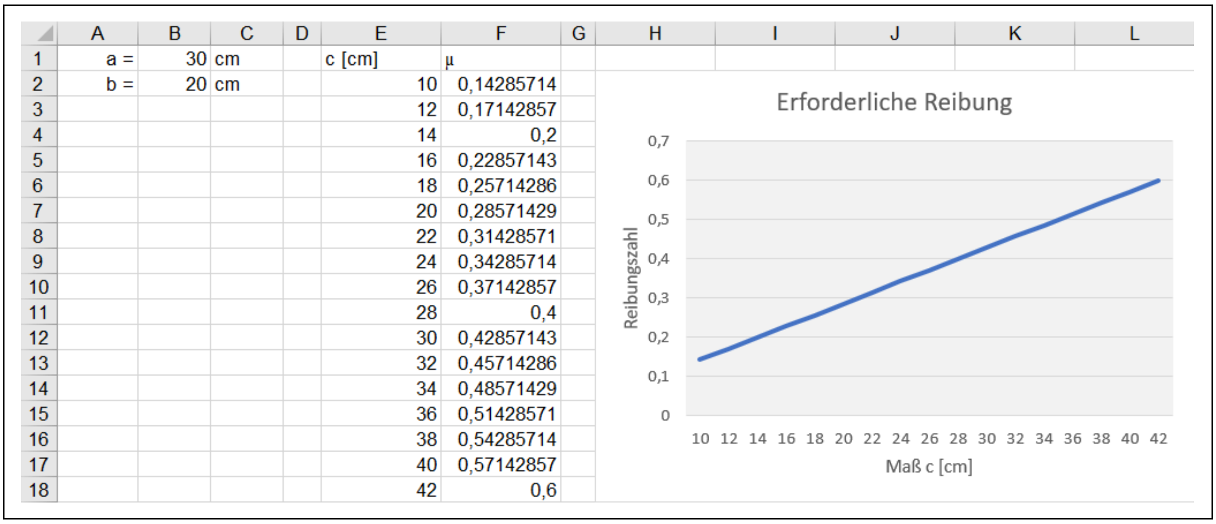
$$2a + 2b = a + \frac{c}{\mu} \tag{8}$$

Umgestellt folgt

$$\mu = \frac{c}{2b + a}. \tag{9}$$

Berechnungsbeispiel

A = 30 cm; b = 20 cm; c wird von 10 bis 42 gesetzt. Im Arbeitsblatt soll die Veränderung von c auf den Reibungskoeffizienten in einem Diagramm dargestellt werden (Bild 4).



	A	B	C	D	E	F
1	a =	30	cm		c [cm]	µ
2	b =	20	cm		10	0,14285714
3					12	0,17142857
4					14	0,2
5					16	0,22857143
6					18	0,25714286
7					20	0,28571429
8					22	0,31428571
9					24	0,34285714
10					26	0,37142857
11					28	0,4
12					30	0,42857143
13					32	0,45714286
14					34	0,48571429
15					36	0,51428571
16					38	0,54285714
17					40	0,57142857
18					42	0,6

Bild 4. Erforderliche Reibung

Tabelle 2. Bereichsnamen und Formeln

Bereich	Name	Bereich	Formel
B1	Massa	F2:F18	=Massc/(2*Massb+Massa)
B2	Massb		
E2:E18	Massc		

Wie ändert sich der Reibungskoeffizient, wenn sich das Verhältnis a/b ändert?

3 Drehmoment am Lastenheber

An einem Hebel hängt ein Gewicht G (Bild 5). Der Hebel wird im Lager A gestützt und durch ein Seil gehalten. Wie groß sind Lagerkraft A und Seilkraft S.

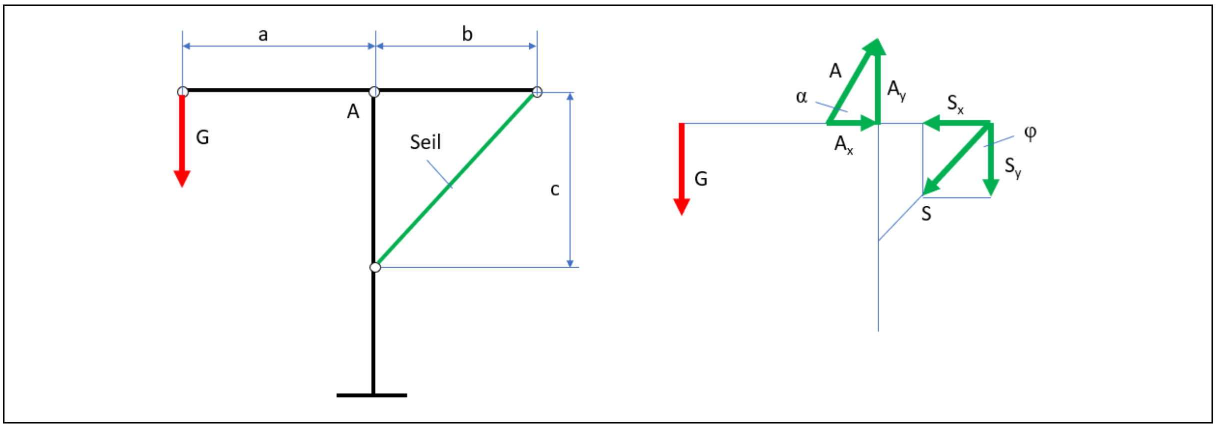


Bild 5. Lastenheber

Gleichgewichtsbedingungen

$$\sum F_x = 0 = A_x - S_x; \quad A_x = S_x \tag{10}$$

$$\sum F_y = A_y - G - S_y \tag{11}$$

$$\sum M_A = 0 = S \cdot sin\varphi \cdot b - G \cdot a; \quad S = G\frac{a}{b \cdot sin\varphi} \tag{12}$$

Es folgt

$$A_x = S \cdot cos\varphi = G\frac{a}{b}cot\varphi = G\frac{a \cdot c}{b^2} \tag{13}$$

$$A_y = G + G\frac{a}{b} = G\left(\frac{a+b}{b}\right) \quad | \, cot\varphi = \frac{c}{b} \tag{13}$$

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2 \tag{14}$$

$$\tan\alpha = \frac{A_y}{A_x} = \frac{G \cdot (a+b) \cdot b}{b \cdot G \cdot a \cdot \cot\varphi} = \frac{a+b}{a \cdot \cot\varphi} = \left(\frac{a+b}{a}\right)\tan\varphi \tag{15}$$

Berechnungsbeispiel

a = 70 cm; b = 30 cm, c = 40 cm.

	A	B	C	D	E	F	G
1	a =	70	cm	G [N]	Ax [N]	Ay [N]	A [N]
2	b =	30	cm	10	31,11	33,33	45,60
3	c =	40	cm	15	46,67	50,00	68,39
4				20	62,22	66,67	91,19
5				25	77,78	83,33	113,99
6				30	93,33	100,00	136,79
7				35	108,89	116,67	159,59
8				40	124,44	133,33	182,38
9				45	140,00	150,00	205,18
10				50	155,56	166,67	227,98
11				55	171,11	183,33	250,78
12				60	186,67	200,00	273,58
13				65	202,22	216,67	296,38
14				70	217,78	233,33	319,17
15				75	233,33	250,00	341,97
16				80	248,89	266,67	364,77

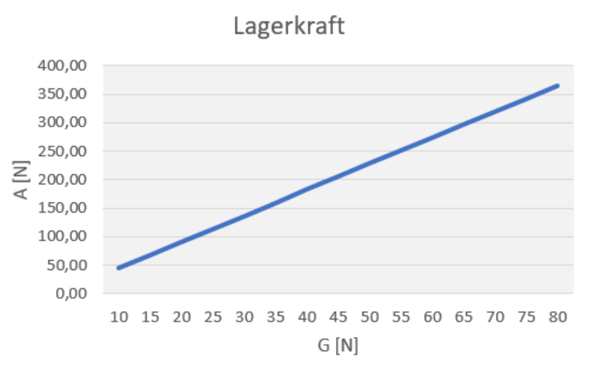


Bild 6. Lagerkraft in Abhängigkeit von der Gewichtskraft

Wie ändert sich der Winkel α?