

Autor & Copyright: Dipl.-Ing. Harald Nahrstedt

Version: 2016 / 2019 / 2021 / 365

Erstellungsdatum: 17.07.2019

Überarbeitung: 01.12.2023

Quelle: Eigenes Vorlesungsscript

Beschreibung: Der reale Stoß zwischen zwei sich bewegenden Körpern ist eine Mischform aus elastischem und plastischem Stoß. Er wird auch als teilelastischen oder als teilplastischer Stoß bezeichnet. Besser ist jedoch der Begriff realer Stoß, weil die Ergebnisse aus seiner Berechnung den Praxiswerten sehr nahekommen.

Anwendungs-Datei: 06-04-01_RealerStoss.xlsx

1 Der Stoßvorgang

Der reale Stoß zwischen zwei sich bewegenden Körpern ist eine Mischform aus elastischem und plastischem Stoß. Er wird auch als teilelastischer oder teilplastischer Stoß bezeichnet. Besser ist jedoch der Begriff realer Stoß, weil die Ergebnisse aus seiner Berechnung den Praxiswerten sehr nahekommen (Bild 1). Für die Stoßwirkung zweier Körper ist ihre Relativgeschwindigkeit maßgebend.

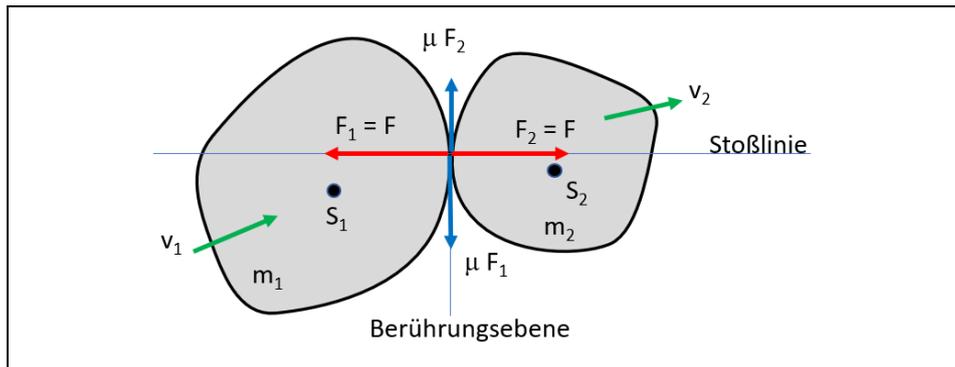


Bild 1. Schiefer exzentrischer Stoß

Beim Zusammenstoß zweier fester Körper üben sie eine wechselseitige Stoßkraft F an der Berührungsebene aufeinander aus. Die Wirklinie der Kraft wird als Stoßlinie bezeichnet und sie steht senkrecht auf der Berührungsebene. Geht die Stoßlinie durch die Schwerpunkte S_i ($i = 1, 2$) beider Körper, so liegt ein *zentrischer Stoß* vor, ansonsten handelt es sich um einen *exzentrischen Stoß*. Verlaufen die Richtungen der beiden Geschwindigkeiten v_i ($i = 1, 2$) entlang der Stoßlinie, so handelt es sich um einen *geraden Stoß*, ansonsten um einen *schiefen Stoß*. Beim geraden Stoß sind die Reibkräfte $\mu F_1 = \mu F_2 = 0$.

Der Stoßvorgang wird zur Betrachtung in zwei Phasen unterteilt. In der ersten Phase findet mit der Berührung eine Umformung der Körper statt und ist am Ende am größten. Die Körper haben hierbei die gleiche Geschwindigkeit, wodurch m_1 durch F verzögert und m_2 durch F beschleunigt werden.

In der zweiten Phase geht die Umformung ganz bzw. teilweise wieder zurück. Diese Phase tritt nur beim elastischen Stoß auf. Zur Veranschaulichung werden Stoßvorgänge oft an Kugeln gezeigt (Bild 2).

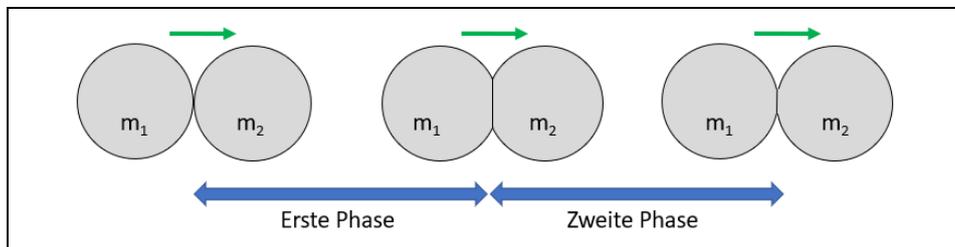


Bild 2. Stoßphasen

2 Gerader zentrischer Stoß

Die Stoßkraft F wirkt nur während der Stoßzeit t . Dabei wächst F in der ersten Phase zu einem Maximalwert an und reduziert sich in der zweiten Phase bis auf Null, beschreibbar durch die Integration der Bewegungsgleichung

$$\int_0^t F \cdot dt = m(v - v_0) \quad (1)$$

Die kinetische Energie der beiden Körper hat vor dem Stoß die Größe

$$E_{\text{Kin}} = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2. \quad (2)$$

Gemäß dem Impulssatz muss die Bewegungsgröße während der ersten Phase konstant bleiben

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot c. \quad (3)$$

Daraus ergibt sich die gemeinsame Geschwindigkeit am Ende der ersten Phase mit

$$c = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}. \quad (4)$$

Die zur Umformung der Körper aufzuwendende Formänderungsenergie beträgt in der ersten Phase

$$W_1 = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 - \frac{m_1 + m_2}{2} c^2, \quad (5)$$

umgeformt

$$W_1 = \frac{m_1 \cdot m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2, \quad (6)$$

In der zweiten Phase wird ein Teil der Formänderungsenergie wieder in Bewegungsenergie zurückverwandelt. Dadurch nimmt die Geschwindigkeit der Masse m_2 von c auf c_2 zu, während sich die Geschwindigkeit der Masse m_1 von c auf c_1 verringert ($c_1 < c < c_2$).

Die Elastizität der Körper wird durch die empirisch ermittelte Stoßzahl k ausgedrückt, sodass für m_1 folgt

$$m_1 \cdot c - m_1 \cdot c_1 = k(m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot c). \quad (7)$$

Für m_2 folgt analog

$$m_2 \cdot c_2 - m_2 \cdot c = k(m_2 \cdot c - m_2 \cdot v_2). \quad (8)$$

Durch Umformung ergeben sich die Gleichungen

$$c_1 = (1 + k) \cdot c - k \cdot v_1, \quad c_2 = (1 + k) \cdot c - k \cdot v_2 \quad (9)$$

In beide Gleichungen wird der Wert von c nach Gleichung (3) eingesetzt und ergibt

$$c_1 = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 - m_2 (v_1 - v_2) \cdot k}{m_1 + m_2} \quad (10)$$

und

$$c_2 = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 + (v_1 - v_2) \cdot k}{m_1 + m_2} \quad (11)$$

Die Bewegungsenergie ist vor dem Stoß größer als hinterher. Der Energieverlust an Bewegungsenergie durch die Formänderungsenergie ergibt sich aus dem Ansatz

$$W_V = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 - \left(\frac{m_1}{2} c_1^2 + \frac{m_2}{2} c_2^2 \right). \quad (12)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen für c_1 und c_2 ergibt sich

$$W_V = \frac{m_1 \cdot m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 \cdot (1 - k^2). \quad (13)$$

Der Energieverlust wird zum größten Teil in Wärme umgesetzt. Ein kleiner Rest verliert sich in Schwingungen der Körper und der umgebenden Luft.

3 Arbeitsblatt

Das Arbeitsblatt zur Berechnung bestimmt einmal die Parameter für eine feste Stoßzahl k aber auch den Verlust an Bewegungsenergie für k von 0 bis 1 (Bild 3).

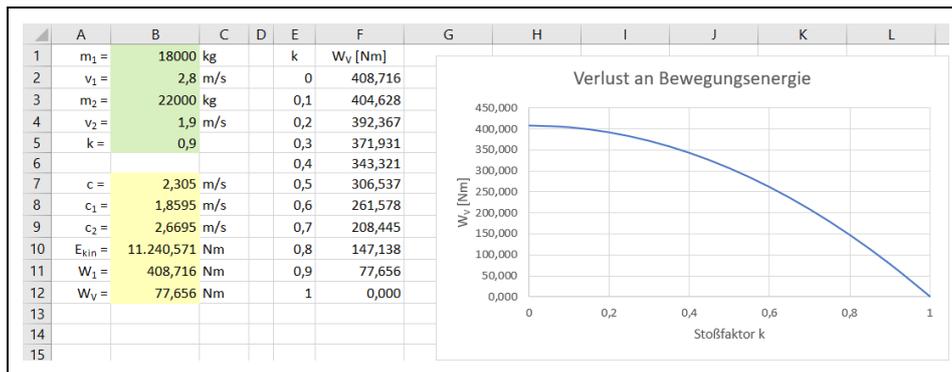


Bild 3. Arbeitsblatt zum geraden zentrierten Stoß

Tabelle 1. Bereichsnamen und Formeln

Bereich	Name	Bereich	Name	Formel
B1	m1_	B7	c_	$= (m1_ * v1_ + m2_ * v2_) / (m1_ + m2_)$
B2	v1_	B8	_c1	$= (m1_ * v1_ + m2_ * v2_ - m2_ * (v1_ - v2_) * k_) / (m1_ + m2_)$
B3	m2_	B9	_c2	$= (m1_ * v1_ + m2_ * v2_ + m1_ * (v1_ - v2_) * k_) / (m1_ + m2_)$
B4	v2_	B10		$= (m1_ / 2 * v1_ ^2 + m2_ / 2 * v2_ ^2) / 9,81$
B5	k	B11		$= (m1_ * m2_ / 2 / (m1_ + m2_) * (v1_ - v2_)^2) / 9,81$
		B12		$= m1_ * m2_ / 2 / (m1_ + m2_) * (v1_ - v2_)^2 * (1 - k_ ^2) / 9,81$

Bereich	Name	Bereich	Name	Formel
E2:E12	kx	F2:F12		$=m1_m2_/2/(m1_+m2_)*(v1_ -v2_)^2*(1-kx^2)/9,81$